Problema 1 - Ciocolata

Autor: Prof. Adrian Panaete – Colegiul Național “A. T. Laurian” Botoșani

Pentru orice configuratie se poate calcula imediat numarul total de tablete conținute în toate batoanele de pe masa și implicit suma celor două numere care urmează să fie afișate. Deasemenea se poate calcula numărul de mutări care vor fi efectuate de ambele jucătoare până la finalul jocului.

Se poate observa că o strategie greedy pe care o poate folosi oricare jucătoare ar fi următoarea:

* Cât timp se poate aplica mutarea c) se aplică.
* Când nu se mai poate aplica mutarea c ) mai rămân pe masă doar batoane de 2 sau 3 tablete deci se mai pot aplica doar mutări a) sau b). Cât timp se poate aplica mutarea b) se aplică.
* Când nu se mai poate aplica mutarea b) se va aplica mutarea a) pâna la finalul jocului.

Analizând această strategie greedy se observă că o jucătoare care aplică acesată strategie nu poate sa piardă la o diferență mai mare de două tablete dacă cealaltă jucătoare are variantă de victorie. În acelasi timp dacă o jucătoare are strategie de victorie aceasta nu va putea castiga la diferență mai mare de două tablete daca adversara joacă optim.

Astfel se poate observa că daca diferența dintre numarul de tablete la finalul jocului ar fi mai mare de 2 ar însemna că una dintre jucătoare ar fi jucat neoptim.

Mai rămîne deci, în funcție de configuratia initială, să stabilim care va fi diferența ( de modul cel mult 2) între cele doua numere afișate și in favoarea cărei jucătoare. La final vom obține 5 variante de finalizare ale jocului ( două in care una dintre cele două va fi de 2 tablete în favoare uneia sau alteia, alte două în care diferența este de o tabletă și una in care jocul se temină remiză )

O observație neesențiala pentru rezolvarea problemei ar fi ca diferența de 1 se poate obține doar când pe masă sunt inițial un număr impar de tablete iar diferența de 2 sau remiza se obține când pe masă sunt inițial un număr par de tablete.

O observație esențială este că ultima mutare va fi sigur o mutare de tip a) deci jucătoarea aflată ultima la mutare va pierde 2 la diferență prin ultima mutare din joc. Dacă adversara acesteia ar aplica strategia greedy ar avea inainte de acea mutare un dezavantaj de cel mult 2 deci cu atât mai mult dacă va juca optim nu are cum să piardă. În concluzie – cine efectuează ultima mutare pierde sau în cel mai bun caz obține remiza.

Observația esențială este aceea ca rezultatul final al jocului depinde de paritatea numerelor de batoane de fiecare tip. Putem demonstra că această observație este corectă aplicând inducție după numărul de mutări care mai ramân de efectuat până la final.

Pentru a implementa eficient se codifică paritațile numerelor de batoane prin numere pe 15 biți și se determină prin dinamică pe biți diferența intre numerele afișate pentru cele 215 configurații posibile. Astfel se poate răspunde în timp constant la fiecare test calculând numarul total de tablete = suma numerelor afișate și configurația binară corespunzătoare care va da diferența numerelor afișate.